1.1.2. Akkordlohn/Zeichnung

Beim Akkordlohn wird häufig ein bis zu einer bestimmten Normalleistung garantierter Mindestlohn gezahlt. Zeichnen Sie den Verlauf der Kurve des Stundenverdienstes (S) und der Lohnstückkosten (1) in Abhängigkeit von der Stundenleistung (ME/Std.).
Berücksichtigen Sie dabei folgendes:
1.1.2. Akkordlohn/Funktion

- Garantierter Mindestlohn wird bis zur Normalleistung (q_0) gezahlt.
- Proportionaler Akkord wird ab q_0 gezahlt.
- Der garantierte Mindestlohn liegt unter dem Akkordrichtsatz ARS (z.B. 80% vom ARS).

Erläutern Sie kurz Ihre Zeichnung! (9 Punkte)

1.1.2. Akkordlohn/Berechnung

Einem Mechaniker, der im Zeitakkord arbeitet, sind für die Montage von Motorteilen 20 Minuten pro Motor vorgegeben. Der Minutenfaktor beträgt 0,40 DM pro Minute.
a) Wie hoch ist der Akkordrichtsatz für diese Tätigkeit? 3 Pkte.
b) Berechnen Sie den Stundenverdienst des Mechanikers, wenn er pro Stunde 4 Motore montiert! 3 Pkte.
c) Welche Voraussetzungen (mindestens 4) müssen erfüllt sein, damit eine Tätigkeit als akkordreif bzw. akkordfähig eingeschätzt wird? 4 Pkte.

Lösungsvorschlag

a) ARS = Stundenlohn bei Erreichen der Vorgabezeit; ARS = 60 · 0,40 = 24 DM
b) Geldfaktor pro Stück = 200,4 = 8 DM Stundenverdienst bei Produktion von 4 ME = 32 DM
c)
- Ständige Wiederholung der Tätigkeit bei gleichen Arbeitsbedingungen
- leichte Messbarkeit der Arbeitsergebnisse
- Arbeitsgeschwindigkeit von Arbeitnehmer beeinflussbar
- qualitativ standardisierbare Ergebnisse
- Gefahr von Arbeitsunfällen darf nicht von der Arbeitsgeschwindigkeit abhängen
- keine wesentlich höhere Abnutzung der Maschinen oder Vergeudung von Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffen
- Arbeitsablauf muss so organisiert sein, dass nur die Akkordarbeit durchgeführt wird (= Akkordreife)

1.1.2. Akkordlohn/Zeitlohn

Wenn eine bestimmte Arbeit im Zeitlohn ausgeführt wird, ist ein Stundenlohn von SZ_0 zu zahlen. Im Falle einer Akkordentlohnung stiegt der Basislohn um B = 0,2. Als Akkord-Normalleistung wurde t_0 = 10 Min/Stück vereinbart.

a) Entwickeln Sie bitte je eine Funktion, die den Stundenlohn SA(q) und die Lohnstückkosten $l_A(q)$ angibt. Dabei hat q die Dimension „Stück je Stunde“, Solange nicht die vereinbarte Normalleistung (t_0 = 10 Min/Stück) erbracht wird, soll ein konstanter Stundenlohn von SZ_0 gezahlt werden. (10 Punkte)
b) Stellen Sie bitte beide Funktionen in einem Diagramm dar, in dem q auf der Abzisse gemessen wird. (10 Punkte)

1.1.2. Prämienlohn

Kennzeichnen Sie kurz (evtl. mit Beispiel) den Prämienlohn! (5 Punkte)

Lösungsansatz:
Prämienlohn liegt vor, wenn sich der vereinbarte Grundlohn durch ein zusätzliches Entgelt (Prämie, Incentive) für eine Mehrleistung erhöht.
Maßstab für die Mehrleistung können u. a. sein:
Materialausnutzung
Betriebmittelschonung
Ausschußquote
Ausbringungsmenge
Umsatzsteigerung
Termineinhaltung
Die über einer festgelegten Grundleistung liegende Arbeitsleistung wird in einem Punktsystem erfaßt und bewertet.
Die jeweiligen Bezugsgrößen lassen sich additiv oder multiplikativ miteinander verknüpfen.

1.1.3. Belegschaftsaktien
Ca. 350 Unternehmen in Deutschland bieten ihren Mitarbeitern den Bezug von Belegschaftsaktien an. Wie beurteilen Sie dieses Vorgehen im Zusammenhang mit der aktuellen Shareholder-Value-Diskussion? 8 P.
Lösungshinweise:
Früher (70er Jahre) stand hinter dem Instrument der Belegschaftsaktie eher der Gedanke der Aufhebung des Gegensatzes von Kapital und Arbeit. Heute wird zusätzlich unterstellt, dass bei dem Ziel der Maximierung des Unternehmenswertes (Shareholder-Value) die Mitarbeiter zu höheren Leistungen motiviert werden, wenn sie selbst Anteileigner sind.

1.2.2. Spezial- und Universalanlagen

Erläutern Sie den Unterschied zwischen Spezial- und Universalanlagen. (10 Punkte)
Lösungsansatz:
Spezialanlagen sind auf eine bestimmte, eng begrenzte Funktion hin konstruiert und auf diese beschränkt (unelastisch). Diese Funktion kann besonders kostengünstig, schnell und genau ausgeübt werden.
Der Unterschied zu Universalanlagen kann qualitativer Art sein, d.h. es läßt sich im Extremfall nur eine einzige Qualität fertigen. Der Unterschied kann aber auch quantitativer Art sein, d.h. eine Anlage kann im Extremfall nur mit einer einzigen Produktionsgeschwindigkeit gefahren werden.

1.2.2. Werkstattfertigung

Unter welchen Gesichtspunkten werden Spezial- und Universalanlagen in einer Werkstatt bei Werkstattfertigung zusammengestellt. (10 Punkte)
Lösungsansatz:
In Werkstätten ist gewöhnlich eine Grundauslastung gegeben, die in der Regel nicht unterschritten wird. Das gilt sowohl für die Menge der anfallenden Arbeit als auch für die geforderte Qualität. Für die Grundlast (quantitativ und qualitativ) sind Spezialanlagen geeignet, weil sie kostengünstiger sind. Für Auslastungsschwankungen sind (elastische) Universalanlagen geeignet.

2.2.1. Substitutionale und limiationale Faktorkombinationen

Charakterisieren Sie substitutionale und limitationale Faktorkombinationen. (6 Punkte)
Lösungsansatz:
Substitutionale Faktorkombinationen sind gegeben, wenn ein Faktor innerhalb einer produktiven Kombination vollständig (alternative Substitution) oder innerhalb gewisser Grenzen (periphere Substitution) bei konstantem Produktionsergebnis durch einen anderen Faktor ersetzt werden kann.
Limitationale Faktorkombinationen liegen vor, wenn ein bestimmtes Produktionsergebnis nur durch eine einzige Faktorkombination erbracht werden kann.

2.2.1. Funktionsverlauf

Für die Produktionsfunktion vom Typ A kann der Gesamtverlauf E(r) eines Faktors durch folgende Funktion abgebildet werden:

$$E(r) = 5r + 1/10\, r^2 - 1/1600\, r^3$$

Bestimmen Sie das Durchschnittsertragsmaximum
Beweisen Sie anhand von Zahlenwerten, daß die Grenzertragsfunktion E´ die Durchschnittsertragsfunktion e in ihrem Maximum schneidet. (11 Punkte)

Lösungsvorschlag:

$$\frac{E(r)}{r} = e(r) = 5 + \frac{1}{10}r - \frac{1}{1600}r^2$$

$$e`(r) = \frac{1}{10} - \frac{1}{1800}r = 0$$

$$r = 80$$

$$e_{max}(r = 80) = 5 + 8 - 4 = 9$$

$b)$

$$E´(r) = 5 + \frac{1}{5}r - \frac{3}{1600}r^2$$

$$E´(r = 80) = 5 + 16 - 12 = 9$$

2.2.1. Kostenminimierung

Für einen Produktionsprozeß seien substitutionale Produktionsverhältnisse gegeben. Wie wäre unter Kostenminimierungsgesichtspunkten zu substituieren, wenn von folgenden Daten auszugehen ist:

GP_i : Grenzproduktivität des Faktors i

q_i : Preis pro Mengeneinheit des Produktionsfaktors i

i (1,2,) : Index der an der Produktion beteiligten Faktoren:

$GP_1 = 30$; $GP_2 = 24$; $q_1 = 5$; $q_2 = 6$ 10 Punkte)

Lösungsansatz:

$$\frac{gp_1}{gp_2} = \frac{q_1}{q_2}$$

oder

$$\frac{gp_1}{p_1} = \frac{gp_2}{p_2}$$

auf den Fall bezogen:: 30:5 > 24:6

also: Da die Grenzproduktivität des Geldes bei Faktor 1 (30:5 = 6) höher ist als bei Faktor 2 (24:6 = 4), lohnt sich die Substitution des Faktors 2 durch Faktor 1 so lange, bis die Grenzproduktivität des Geldes in beiden Fällen gleich ist.

2.2.1. Ertragsisoquante

Kreuzen Sie an, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind:
(Lösung bereits in die Aufgabe eingefügt)
Eine Ertragsisoquante gibt alle diejenigen Faktorkombinationen an, die

- technisch realisierbar sind und keine Faktoreinsatzmengen vergeuden (falsch)
- einen gleichgroßen Gewinn erwarten lassen (falsch)
- zu gleichen Produktmengen führen (richtig)
- den gleichen Produktionskoeffizienten haben (falsch)
- effizient sind. (falsch)

2.2.1. Produktionsfunktion vom Typ A

Begründen Sie, warum die Produktionsfunktion vom Typ A (Ertragsgesetz) von Gutenberg als nicht repräsentativ für die industrielle Produktion angesehen wurde und nach seiner Auffassung durch die Produktionsfunktion vom Typ B zu ersetzen sei! (5 Punkte)

Lösungsansatz:

Das Ertragsgesetz geht von der Substituierbarkeit der Produktionsfaktoren aus. Es unterstellt, daß durch die alleinige Variation der Einsatzmenge eines Faktors bei Konstanz aller anderen Faktoren der Ertrag verändert werden kann (und zwar bei zunächst steigenden, dann fallenden Grenzerträgen). Nach Gutenberg muß für die industrielle Produktion aber von einer Limitationalität des Faktoreinsatzes ausgegangen werden; d.h. eine Ertragsvariation ist nur bei gleichzeitiger Veränderung mehrerer Produktionsfaktoren in einem bestimmten Verhältnis möglich, das durch die technischen Eigenschaften der Aggregate (z-Situation) und die realisierte Leistung bestimmt ist.

2.1. Schnittpunkt Grenzkosten/Durchschnittskosten

Beweisen Sie anhand der folgenden Kostenleistungsfunktion:

$$K_v = 60x \cdot \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{32}x^3$$

dass die Grenzkostenkurve (K´) die Kurve der variablen Durchschnittskosten (k_v) in deren Minimum schneidet. (8 Punkte)

Lösungsvorschlag:

$$K_v = 60x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{32}x^3$$

$$k_v = 60 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{32}x^2$$

$$k_v' = \quad -\frac{1}{4} \quad + \frac{1}{16}x \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{1}{16}x = \frac{1}{4}$$

$$x_{opt} = 4$$

$$k_v(x=4) = 60 - \frac{1}{4}4 + \frac{1}{32}4^2 \quad K_v' = 60 - \frac{2}{4}x + \frac{3}{32}x^2$$

$$K_v'(x=4) = 60 - \frac{2}{4}4 + \frac{3}{32}4^2$$

$$= 60 - 1 + \frac{1}{2} = DM \ 59{,}5 \quad 60 - 2 + 1{,}5 = DM \ 59{,}5$$

$$\Rightarrow \textit{Bei optimaler Intensität ist } k_v = K'.$$

$$\textit{Alternativ}:$$

$$K' = k_v$$

$$60 - \frac{2}{4}x + \frac{3}{32}x^2 = 60 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{32}x^2$$

$$\frac{2}{32}x^2 - \frac{1}{4}x = 0 \,/\cdot 16$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$(x-2)^2 = 4$$

$$x - 2 = \pm\sqrt[4]{4} = \pm 2$$

$$x_1 = 4$$

Bei $x = 4$ ist $K' = k_v$

2.1. S-förmiger Gesamtkostenverlauf

Kreuzen Sie jeweils an, ob für den sogenannten S-förmigen Gesamtkostenverlauf folgende Aussagen richtig oder falsch sind (Lösung bereits in der Aufgabe vermerkt!)

a) Mathematisch handelt es sich um eine Funktion dritten Grades mit negativen quadratischen Glied. [richtig]

b) Im Minimum der variablen Stückkosten sind Grenzkosten und variable Stückkosten gleich groß. [richtig]

c) Wo der Fahrstrahl vom Nullpunkt an die Kurve der Gesamtkosten zur Tangente wird, liegt das Minimum der Grenzkosten. [falsch]

d) Die Funktionen der Grenzkosten und der gesamten Stückkosten haben bei grafischer Darstellung den gleichen Ursprung. [falsch]

e) Wegen der degressiven Fixkosten pro Stück wird bei steigender Menge Die Differenz zwischen Grenzkosten und variablen Stückkosten stetig kleiner. [falsch]

2.2.1. Fixkosten (A)

Wie läßt sich die Existenz von Fixkosten bei der Gutenberg-Produktionsfunktion erklären?
Erläutern Sie Ihre Auffassung! (10 Punkte)

Lösungsansatz:

Fixe Kosten ergeben sich durch einen Faktorverbrauch, der nicht von der Leistungsabgabe der Potentialfaktoren abhängig ist:

mangelnde Teilbarkeit der Potentialfaktoren
durch Kosten der Betriebsbereitschaft

durch kostenwirksame, kurzfristig nicht kündbare Verträge

2.2.2. Verbrauchsfunktionen

Auf zwei Maschinen kommen jeweils drei Produktionsfaktoren zum Einsatz. Es gelten folgende Verbrauchsfunktionen:

	Maschine 1	Maschine 2
Faktor 1	$r_{11} = 2x_1$	$r_{12} = x_2$
Faktor 2	$r_{21} = 3x_1 + 0{,}2\ x_1^2$	$r_{22} = 2x_2 - 0{,}2\ x_2^2$
Faktor 3	$r_{31} = 4x_1 - x_1^2 + 0{,}1\ x_1^3$	$r_{32} = 6x_2 + 0{,}1\ x_2^2$

x_1 ; x_2 = Produktionsgeschwindigkeit (Intensität) = ME/ZE

Die maximale Einsatzdauer pro Anlage beträgt im Planungszeitraum zehn Einheiten.

Die Preise der drei Produktionsfaktoren betragen: $q_1 = 2$ DM ; $q_2 = 1$ DM ; $q_3 = 0{,}5$ DM

a) Wie wird die zugrundeliegende Produktionsfunktion genannt? (2 Punkte)

b) Wie hoch sind die Kosten von Produktionsfaktor 3 im Planungszeitraum, wenn beide Maschinen mit einer Intensität 10 mit maximaler Einsatzdauer gefahren werden? (6 Punkte)

c) Ermitteln Sie die Kosten-Leistungsfunktion der Anlage 1! (5 Punkte)

d) Schildern Sie kurz, aber präzise die Aussage der Kosten-Leistungsfunktion (3 Punkte)

2.2.2. Kostenleistungsfunktion / Verbrauchsfunktionen

Die Kostenleistungsfunktion einer Maschine wird durch den Einsatz von 3 Produktionsfaktoren bestimmt. Die

$$r_1(x) = 0{,}42x^2 + 20x$$

$$r_2(x) = 10x$$

$$r_3(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}2x^2 + 10x$$

$$x\left[\frac{hergestellte\,Stücke}{Stunde}\right]; r\left[\frac{Mengeneinheiten(ME)}{Stunde}\right]$$

$$Die\,Faktorpreise\,betragen: q_1 = 1DM/ME$$

$$q_2 = 2DM/ME$$

$$q_3 = 3DM/ME$$

Verbrauchsfunktionen für die Faktoren lauten:

Maximale Betriebszeit: 10 Stunden/Tag; maximale Intensität der Maschine:
10 ME/Stunde.

Wie ist die Maschine einzusetzen, wenn eine Tagesproduktion von

a) 24 Stück
b) 50 Stück

kostengünstigst herzustellen ist? (14 Punkte)

Lösungsvoschlag:

$$r_1 \cdot q_1 \quad = \quad 0{,}42x^2 + 20x$$

$$r_2 \cdot q_2 = \quad 20x$$

$$\underline{r_3} \cdot \underline{q_3 = 0{,}03x^3 - 0{,}6x^2 + 30x}$$

$$kosten- = 0{,}03x^3 - 0{,}18x^2 + 70x\left[\frac{ME}{Std} \cdot \frac{DM}{ME} = \frac{DM}{Std}\right]$$

$$leistungsfunktion$$

$$\text{var}\,iable\,Stückkosten\ k_v = 0{,}03x^2 - 0{,}18x + 70$$

$$optimale Intensität$$

$$k_v' = 0{,}06x^2 - 0{,}18 \overset{!}{=} 0$$

$$x_{opt} = \frac{0{,}18}{0{,}06} = 3\left[\frac{Stück}{Std}\right]$$

a) Herstellung von 24 ME: mit optimaler Intensität und 8 Std. Betriebszeit

b) Herstellung von 50 ME: bei maximaler Betriebszeit (10 Std) w. der Intensität 5 Stück/Std.

3.2.2. Kosten-Leistungsfunktion einer Produktionsanlage
Die Kosten-Leistungsfunktion einer Produktionsanlage lautet:
$K(x) = 60 * x - 8 * x^2 + 1/3 * x^3$
Die maximale Einsatzdauer dieser Anlage im Planungszeitraum beträgt 50 Zeit-einheiten. Die fixen Kosten belaufen sich im Planungszeitraum auf 5000 DM.
Wie groß sind Produktionsmenge und Gesamtkosten im Planungszeitraum, wenn die Anlage während der gesamten Zeit mit ihrer optimalen Intensität gefahren wird? (8 Punkte)

Lösungshinweise:

$$k(x) = \frac{K(x)}{x} = 60 - 8x + \frac{1}{3}x^2$$

$$k'(x) = -8 + \frac{2}{3}x = 0$$

$$x_{opt} = 12$$

$$k_{\min} = 12$$

$$X = 50 \cdot 12 = \underline{600} \; ME \; / \; Per.$$

$$Kg = 600 \cdot 12 + 5000 = 12.200 \; DM$$

2.2.1. Produktionsmenge und Gesamtkosten

Die Kosten-Leistungsfunktion einer Anlage lautet: $K(x) = 16x - 4x^2 + 1/3\, x^3$
Die maximale Einsatzdauer beträgt 20 Zeiteinheiten im vorgegebenen Planungszeitraum. Die fixen Kosten belaufen sich im Planungszeitraum auf 1.000 DM.
Wie groß sind Produktionsmenge und Gesamtkosten im Planungszeitraum, wenn die Anlage während des gesamten Zeitraums mit ihrer optimalen Intensität gefahren wird? (9 Punkte)

In einem 1-Produkt-Betrieb kann auf 4 funktionsgleichen, aber kostenverschiedenen Aggregaten parallel produziert werden. Daten:

Aggregat-Nr.	Fixkosten in DM	variable Stückkosten in DM	Intensität in ME/ZE (konstant)
1	300	10	20
2	200	15	22
3	500	8	15
4	400	9	25

Maximale Produktionszeit je Aggregat pro Periode: 10 ZE

a) Erläutern Sie unter Angabe der Ausbringungsintervalle die kostengünstigste Einsatzreihenfolge der Aggregate bei steigender Ausbringung pro Periode! **5 P.**

b) Wie hoch sind die gesamten Kosten bei einem Beschäftigungsgrad des Betriebes von 80%? **5 P.**

Lösungshinweis:

a) Einsatzreihenfolge wegen Höhe von kv: 3, 4, 1, 2
Ausbringungsintervall
Nr. 3: 0-150 ME/Periode
Nr. 4: 151-400 ME/Periode
Nr. 1: 401-600 ME/Periode
Nr. 2: 601-820 ME/Periode

b) Ausbringungsmenge: 80% · 820 = 656 ME
K (80%) = 1400 + 8 · 150 + 9 · 250 + 10 · 200 + 15 · 56 = 7690 DM

3.2.2. Kostenminimaler Einsatz von zwei Anlagen (1)

Ein Betrieb stellt sein einziges Erzeugnis in einstufiger Fertigung auf zwei funktionsgleichen, aber kostenverschiedenen Maschinen her.
Während Maschine 1 nur mit einer Produktionsgeschwindigkeit (x = Mengeneinheiten pro Zeiteinheit = ME/ZE) gefahren werden kann, ist bei Maschine 2 eine intensitätsmäßige Anpassung möglich.
Für die Anlagen liegen folgende Daten vor:

Maschine 1: Produktionsgeschwindigkeit (ME/ZE) : $x_1 = 10$
variable Stückkosten (DM/ME) $k_{v1} = 18$

Maschine 2: Gegeben ist eine Kosten-Leistungsfunktion
$K_2 = 18x_2 - 2x_2^2 + {}^1/_9\, x_2^3$ mit $0 < x_2 < 15$

Die Einsatzzeit kann pro Maschine im Planungszeitraum maximal 20 Zeiteinheiten betragen.

a) Stellen Sie mit übersichtlichen Nebenrechnungen in einer Tabelle dar, wie die Anlagen an eine steigende Beschäftigung anzupassen sind.

b) Geben Sie die optimale Produktionsaufteilung für einen Periodenoutput von x = 460 ME an. Errechnen Sie außerdem für diesen output folgende Kostengrößen:
Variable Kosten: K_v ; variable Stückkosten: k_v ; Grenzkosten: K´

Vorbemerkung zur Lösung:
Kombinierte Anpassung bei zwei Anlagen (I,II) mit unterschiedlichen Kosten:
1. Anpassungsschritt:
Ermittle das Minimum der Stückkosten von I und II.
Setze die Anlage mit den **niedrigsten Stückkosten** zuerst ein und passe sie **zeitlich an, bis t_{max}** erreicht ist.
(Beispiel: I soll die kostengünstigere Anlage sein!)
2. Anpassungsschritt:
Soll eine höhere Leistung erreicht werden, so wird die Intensität (ME/ZE) der Anlage I solange erhöht, bis die **Grenzkosten dem Stückkostenminimum** der
Anlage II entsprechen.
3. Anpassungsschritt:
Soll eine höhere Leistung erbracht werden, so ist die Anlage II zeitlich bis zu **ihrem t_{max}** anzupassen.
4. Anpassungsschritt:
Bei einer weiteren Leistungssteigerung sind beide Anlagen bis zur maximalen Intensität (ME/ZE_{max}) anzupassen. Es wird jeweils die Anlage mit den relativ **niedrigeren Grenzkosten** zur Produktion der nächsten Leistungseinheit herangezogen.

3.3.2.2. Berechnung der Anpassungsschritte

Ein Unternehmen stellt mit zwei funktionsgleichen, aber kostenverschiedenen Anlagen in einstufiger Fertigung das Produkt A her. Die Kostenleistungsfunktionen lauten:

$$K_{v1} = 2x^3 - 12x^2 + 30x$$
$$K_{v2} = x^3 - 6x^2 + 24x$$

Die maximale Einsatzzeit der Anlagen in der Planungsperiode beträgt jeweils $t_{max} = 8$ ZE. Anlage 1 kann zeitlich und intensitätsmäßig bis x_{1max} = e ME/ZE, Anlage 2 kann dagegen lediglich zeitlich im Intensitätsoptimum (x_{opt}) angepaßt werden.

In der Planungsperiode sollen insgesamt 55 ME des Produktes A hergestellt werden.
Wie sind die Anlagen einzusetzen? Geben Sie jeweils eine kurze Erläuterung der einzelnen Anpassungsschritte.
(17 Punkte)

Lösungsvorschlag:

$$K_{v1} = 2x^3 - 12x^2 + 30x$$

$$k_{v1} = \frac{K_{v1}}{x_1} = 2x^2 - 12x + 30 \Rightarrow k_{v1(x=3)} = 18 - 36 + 30 = 12$$

$$k'_{v1} = 4x - 12 \overset{!}{=} 0 \qquad k_{v1(opt)} = 12$$

$$4x = 12$$

$$x_{1(opt)} = 3\,ME/ZE$$

$$K_{v2} = x^3 - 6x^2 + 24x$$

$$k_{v2} = x^2 - 6x + 24 \quad \Rightarrow k_{v2(x=3)} = 9 - 18 + 24 = 15$$

$$k'_{v2} = 2x - 6 \overset{!}{=} 0 \qquad k_{v2(opt)} = 15$$

$$2x = 6$$

$$x_{2(opt)} = 3ME/ZE$$

$$K_{v1} = 2x^3 - 12x^2 + 30x$$

$$K'_{v1} = 6x^2 - 24x + 30 \overset{!}{=} 15$$

$$6x^2 - 24x = 15 - 30 = -15 / :6$$

$$x^2 - 4x = -2{,}5$$

$$(x-2)^2 = -2{,}5 + 4 = 1{,}5$$

$$x - 2 = \pm\sqrt[2]{1{,}5}$$

$$x_{1/2} = 3{,}225\,ME/ZE$$

Bei einer Intensität von $x_{1/2}$ = 3,225 ME/ZE erreichen die Grenzkosten der Anlage 1 das Minimum der durchschnittlichen variablen Kosten (k_v) der Anlage 2 (=$k_{v2\,(min)}$ =15).

Anpassungsschritte:

(1) Zeitliche Anpassung der Anlage 1
(= bei optimaler Intensität $x_{1(opt)}$ = 3 ME/ZE) und voller zeitlicher Inanspruchnahme bis $t_{1(max)}$ = 8 ZE)
$x_{1\,(opt)} \cdot t_{1\,(max)}$
$3 \cdot 8 = 24$

(2) Intensitätsmäßige Anpassung der Anlage I
(= bei voller Inanspruchnahme bis zur Intensität $x_{1\,1/2}$ = 3,225 ME/ZE)
$x_{1/2} \cdot t_{1\,(max)}$
$3{,}225 \cdot 8 = 25{,}8$

(3) Zeitliche Anpassung der Anlage 2
(= bei optimaler Intensität → $x_{2\,(opt)}$ = 3 ME/ZE und voller zeitlicher Inanspruchnahme bis $t_{2\,(max)}$ = 8 ZE)
$x_{1/2} * t_{1\,(max)} + x_{2\,(opt)} * t_{2\,(max)}$
3,225 * 8 + 3 * 8 = **49,8**

(4) Intensitätsmäßige Anpassung der Anlage 1
(= bei voller zeitlicher Inanspruchnahme bis zur Intensität → 55-24 = 31 →

$$\rightarrow \quad \frac{31}{8} = 3{,}875 ME / ZE$$

$$x_1 \cdot t_{1(\max)} +^{x} 2(opt) \cdot t_{2(\max)}$$
$$3.875 \cdot 8 + 3 \cdot 8 = 55$$

4.1. Engpaßorientiertes Produktionsprogramm

Gegeben sei ein Unternehmen, das drei Erzeugnisse am Markt anbietet und in einstufiger Fertigung produziert. Durch den Ausfall einer Anlage ist ein Engpaß eingetreten. Es gelten folgende Daten

Produkt	Preis	variable Stückkosten	ZE/ME	Max. Absatzmenge
1	20	10	1	2.000
2	30	14	4	1.000
3	40	22	2	4.000

Im Engpass stehen insgesamt 12.000 ZE zur Verfügung.

a) Ermitteln Sie das gewinnmaximale Produktionsprogramm. **(** 10 Pkte**.)**
b) Wie hoch ist der Gewinn, wenn die Fixkosten (F) 52.000 betragen? (5 Pkte.)

Lösungsvorschlag:

a)

Produkt	Absoluter Deckungsbeitrag/ME	Relativer Deckungsbeitrag	Rangfolge
1	10	10	1.
2	16	4	3.
3	18	9	2.

Produkt	Menge	ZE/ME	Kapazitätsbeanspruchung
1	2.000	1	2.000 ZE
3	4.000	2	8.000 ZE
2	500	4	2.000 ZE

▼

optimales Produktionsprogramm

b)

Absoluter Deckungsbeitrag/ME * Produktionsmenge = produktbezogener DB

Produkt 1:	10	2.000	20.000 DM
Produkt 3:	18	4.000	72.000 DM
Produkt 2:	16	500	8.000 DM

Gesamtdeckungsbeitrag:	100.000 DM
./. Fixkosten	52.000 DM
Gewinn	**48.000 DM**

4.1. Lineare Programmierung 1

Für die Produkte 1 und 2 werden im Rahmen der Programmplanung die Mengen gesucht, die in der Planungsperiode zum höchsten Periodendeckungsbeitrag führen.
Symbole:
i : Produkte, i = 1, 2 / j : Engpaß, j = 1, 2, 3 / p_1 : Preise /
k_{vi} : variable Stückkosten / x_i : gesuchte Mengen / x_i* : Höchstmengenabastz /
a_{ij} : Bearbeitungszeit des Produktes i im Engpaß j / b_j : Höchstmengen (max. Kapazität)

Produkt i	p_i (DM)	k_{vi} (DM)	x* (ME/Per.)
1	750	600	200
2	800	680	200

Engpaß j	a_{1j} (ZE/ME)	a_{2j} (ZE/ME)	b_j (ZE/Per.)
1	4	1	300
2	3	2	300
3	5	3	300

Es bestehen also fünf Restriktionen (Nebenbedingungen).
a) Geben Sie die Zielfunktion und die Nebenbedingungen für dieses Entscheidungsmodell an. (7 P.)
b) Bestimmen Sie die optimalen Mengen x_1, x_2 . Wie hoch ist der Periodendeckungsbeitrag? (8 P.)

4.1. Lineare Programmierung 2

Eine Unternehmung stellt die Produkte A und B her, die in drei aufeinanderfolgenden Betriebsabteilungen bearbeitet werden:

/Bearbeitungszeiten der Produkte in Std./Stück/ Kapazität

	A	B	in Std./Periode
Abteilung 1	3	3	900
Abteilung 2	7,5	5	2.100
Abteilung 3	2,5	5	1.000
Preis pro Stück (DM/Stück)	500	460	
variable Stück- kosten (DM/Stück)	450	380	
max. Absatzmenge (Stück/Per.)	260	160	
Mindestabsatz für Prod.B (Stück/Per)		120	

Formulieren Sie den Modellansatz, bestimmen Sie zeichnerisch das gewinnmaximale Programm und errechnen Sie den Gewinn! (15 P.)

4.1. Kuppelproduktion

Was versteht man unter Kuppelproduktion? Erläutern Sie am Beispiel der Kuppelproduktion den Begriff der “variablen Gemeinkosten”. (10 P.)

4.2. Just-in-time

Ein PKW-Hersteller benötigt für seine Automobilproduktion Lichtanlagen. Im Durchschnitt werden täglich 500 Stück eingebaut. Erläutern Sie je einen Vorteil und einen Nachteil einer Just-in-time-Anlieferung gegenüber einer Lagerhaltung der Lichtanlagen.

Lösungshinweise:

Vorteile:

- es entstehen kaum Lagerkosten bzw. Kapitalbindungskosten, da auf Lagerraum und Bestände weitgehend verzichtet werden kann

Nachteile:

- hohe Empfindlichkeit gegenüber Störungen bei der täglichen Anlieferung
- Umweltbelastung (Lagerung findet auf der Straße statt)
- höhere Transportkosten

4.2. Optimale Bestellmenge

Für ein ständig benötigtes Material besteht ein Jahresbedarf von R = 20.000 ME
Der Einkaufspreis je ME beträgt p = 50.
Je Bestellmenge fallen fixe Kosten von B = 500 an.
Die Lagerkosten hängen von der Menge und von dem Lagerwert ab. Je ME sind pro Jahr
lm = 3 und je GE pro Jahr lw = 0,1 anzusetzen.

a) Welchen Einfluß hat die Bestellmenge q auf die Kosten?
b) Leisten Sie die Entscheidungsfunktion für die optimale Bestellmenge q in allgemeiner Fom (unter Verwendung der Symbole) ab!
c) Berechnen Sie die kostenoptimale Bestellmenge! (15 P.)